Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и кибербезопасности

Высшая школа компьютерных технологий и информационных систем

**Отчёт по лабораторной работе № 3**

Тема: Расчёт СМО.

Дисциплина: Системный анализ и принятие решений.

Выполнил студент гр. 5130901/10101 М.Т. Непомнящий

(подпись)

Руководитель А.Г. Сиднев

(подпись)

Санкт-Петербург

2024

**Оглавление**

[1. Задание 3](#_Toc161414178)

[1.1. Условие варианта 3](#_Toc161414179)

[2. Ход решения 3](#_Toc161414180)

[2.1. Постановка задачи 3](#_Toc161414181)

[2.2. СМО, в которой второй поток содержит две заявки 4](#_Toc161414182)

[2.2.1. Описание и построение графа состояний 4](#_Toc161414183)

[2.2.2. Рассматривание системы 4](#_Toc161414184)

[2.2.3. Графики зависимостей отказов от , , и 6](#_Toc161414185)

[2.3. СМО, в которой второй поток содержит одинарен 7](#_Toc161414186)

[3. Вывод 9](#_Toc161414187)

# Задание

## Условие варианта

Вариант 3:

Рассматривается система типа М/М/К/0, предназначенная для обслуживания суммы двух пуассоновских потоков требований , а время обслуживания распределено по показательному закону с интенсивностью .

Первый поток является ординарным, поэтому каждое последующее требование занимает точно один из обслуживающих приборов; если все приборов заняты, то вновь поступающее требование первого класса теряется. Для обслуживания каждого требования второго класса требуется одновременно приборов (и оно занимает все эти приборы одновременно на одно и то же показательно распределенное время со средним значением ). Если в момент поступления требования второго класса в системе имеется меньше, чем свободных приборов, это требование также теряется. Найти:

* долю потерянных требований первого и второго классов при , и построить зависимость от , , (),
* выяснить, насколько изменится процент потерянных требований по сравнению со случаем, когда потоки ординарны и , .

# Ход решения

## Постановка задачи

Пред тем как решать задачу определим, что такое система типа М/М/К/0. В обозначении каждая буква представляет собой определенный аспект модели системы массового обслуживания:

M - означает, что поток поступления требований является пуассоновским. Это означает, что временные интервалы между поступлениями требований имеют экспоненциальное распределение.

M - указывает на то, что время обслуживания каждого требования также имеет экспоненциальное распределение.

k - представляет собой количество обслуживающих каналов (или приборов), доступных в системе. Если все каналы заняты при поступлении нового требования, оно будет ставиться в очередь. Это означает, что в системе может

0 - означает, что в системе отсутствует буферизация, или очередь. Если все каналы заняты, новые приходящие требования будут теряться.

Таким образом, модель M/M/k/0 описывает систему, в которой требования поступают и обслуживаются случайным образом, с определенным числом каналов для обслуживания, и без возможности буферизации или отложенного обслуживания.

В представленной задаче первый поток определён, он одинарен, а второй поток может вести себя по-разному: иметь заявку или быть ординарным, подобно первому потоку. Рассмотрим каждую из этих ситуаций отдельно:

## СМО, в которой второй поток содержит две заявки

### Описание и построение графа состояний

Опишем состояния системы для рассматриваемого случая:

* – СМО свободна,
* – в СМО находятся две заявки первого потока,
* – в СМО находится одна заявка первого потока,
* – в системе находится заявка второго потока.

Построим граф СМО согласно приведённым выше состояниям:

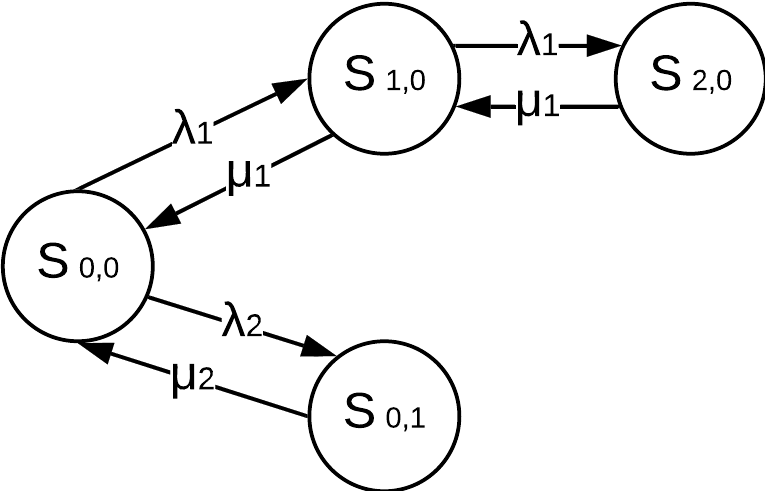


Рис. 1 – Граф состояний системы

### Рассматривание системы

Пусть – вероятность того, что в системе находится n заявок первого класса и m заявок второго класса в момент времени t.

Тогда согласно графу состояний, приведённому на рис. 1 выше составляем систему дифференциальных уравнений Колмогорова-Чепмена (производная вероятности состояния равна сумме входящих потоков за вычетом суммы исходящих потоков):

Входящий поток требований в систему уравновешивается выходящим потоком, поэтому будем считать систему стационарной. В стационарном режиме системы вероятности состояний постоянны, т. е. , откуда получаем систему для отыскания вероятностей состояния системы, которую дополняем нормировочным уравнением:

Из четвертого уравнения системы 1.1 получим:

Подставим полученное значение для в первое, получим:

Из четвертого уравнения системы 1.1 получим:

Подставим уравнения 1.2, 1.3 и 1.4 в нормировочное уравнение системы 1.1:

Найдём вероятность отсутствия заявок в системе:

Тогда вероятность того, что требование второго потока получит отказ в обслуживании:

А вероятность того, что требование первого потока получит отказ в обслуживании:

### Графики зависимостей отказов от , , и

Построим графики зависимостей потерь заявок первого () и второго () потоков от интенсивностей обслуживания (, ) и поступления заявок (, ). Для определенности все неварьируемые величины примем равными единице.

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 2 – Зависимость и

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 3 – Зависимость и

Изображение выглядит как линия, График, Параллельный, диаграмма

Автоматически созданное описание

Рис. 4 – Зависимость и

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 5 – Зависимость и

## СМО, в которой второй поток содержит одинарен

В этом случае мы рассматриваем систему как M/M/k/0, где количество каналов обслуживания k одинаково для обоих потоков. Вероятности потери требований первого и второго классов будут зависеть от соответствующих интенсивностей поступления и обслуживания, а также от количества доступных каналов обслуживания. Т. к. при суммировании независимых пуассоновских потоков суммарный поток также пуассоновский, то имеем стандартную двухканальную СМО с отказами с интенсивностью поступающего потока и интенсивностью обслуживания . В этом случае вероятность отказа в обслуживании одинакова для обоих потоков:

Построим график , взяв в качестве неварьируемой величины :

Изображение выглядит как линия, диаграмма, График, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 6 – График зависимости

Построим график , взяв в качестве неварьируемой величины :

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 7 – График зависимости

# Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была проведена аналитическая оценка системы массового обслуживания типа М/М/К/0 в двух сценариях: когда второй поток содержит две заявки и когда второй поток является ординарным.

В результате анализа были выявлены ключевые зависимости доли потерь заявок первого и второго классов от параметров системы, таких как интенсивности поступления и обслуживания. В обеих ситуациях было показано, что вероятность отказа в обслуживании зависит от соотношения интенсивностей поступления и обслуживания, а также от количества доступных каналов обслуживания.

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о важности оптимизации параметров системы для минимизации потерь заявок и повышения её производительности. Оптимальный выбор параметров системы может способствовать улучшению обслуживания клиентов и повышению эффективности работы организации.